

## Übungsblatt 1

### Aufgabe 1 (schriftlich, 10 Punkte)

Zur Erinnerung: Für zwei Funktionen  $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  schreiben wir  $f(n) \in O(g(n))$ , falls es Konstanten  $c$  und  $n_0$  gibt, so dass für alle  $n \geq n_0$  gilt:  $f(n) \leq c \cdot g(n)$ . Wir schreiben  $f(n) \in \Omega(g(n))$ , falls umgekehrt  $g(n) \in O(f(n))$ . Schließlich ist  $f(n) \in \Theta(g(n))$ , falls sowohl  $f(n) \in O(g(n))$  als auch  $f(n) \in \Omega(g(n))$  gilt. Betrachten Sie jeweils zwei der folgenden Funktionen, und bestimmen Sie, ob (i)  $f(n) \in O(g(n))$ , (ii)  $f(n) \in \Omega(g(n))$ , oder ob (iii)  $f(n) \in \Theta(g(n))$  gilt:

- (a)  $n^2$    (b)  $n^3$    (c)  $n^2 \log n$   
(d)  $2^n$    (e)  $n^n$    (f)  $n^{\log n}$   
(g)  $2^{2^n}$    (h)  $2^{2^{n+1}}$    (j)  $n^2$ , falls  $n$  gerade ist,  $2^n$  sonst

### Aufgabe 2

Betrachten Sie eine Turingmaschine, die ein *zweidimensionales* Band zur Verfügung hat. Der Schreib-Lesekopf kann sich also auch nach oben und unten bewegen.

- a) Beschreiben Sie die Überföhrungsfunktion.
- b) Zeigen Sie, wie eine solche Turingmaschine durch eine  $k$ -TM simuliert werden kann.

### Aufgabe 3

Eine Turingmaschine heißt **blind** (engl. oblivious: vergesslich, blind) falls die Kopfposition zu jedem Zeitpunkt  $t$  der Berechnung nur von der Länge der Eingabe  $|x|$  (und natürlich auch  $t$ ), nicht aber von der Eingabe  $x$  selbst abhängt. Zeigen Sie, dass jede Turingmaschine von einer blinden Turingmaschine simuliert werden kann.

### Literatur:

J. BALCÁZAR, J. DIAZ, J. GABARRÓ. *Structural Complexity I+II*, Springer, 1995.  
C. PAPADIMITRIOU, *Computational Complexity*, Addison-Wesley, 1994