Übungen zur Komplexitätstheorie — Sommersemester 2003

Olaf Beyersdorf / Lorenz Weizsäcker

Übungsblatt 5

Aufgabe 15

Zeigen Sie:

a) Die folgenden Komplexitätsklassen sind unter $\leq$ abgeschlossen:
   i) **L**, ii) **NL**, iii) **P**, iv) **NP**, v) **co-NP**, vi) **PSPACE**, vii) **EXP** .

b) Falls es eine **NP**-vollständige Menge in **P** gibt, dann ist $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$.

c) Falls es eine **NL**-vollständige Menge in **L** gibt, dann ist $\mathbf{L} = \mathbf{NL}$.

Aufgabe 16

Zeigen Sie, dass die Komplexitätsklassen **NP** und **E** verschieden sind. Betrachten Sie hierzu die Sprache

$$K := \{M\#x\#1^t \mid \text{die } k\text{-TM } M \text{ akzeptiert } x \in \{0,1\}^* \text{ in } \leq 2^t \text{ Schritten}\}$$

und zeigen Sie:

a) K liegt in **E**.

b) K ist **EXP**-hart.

c) **E** ist nicht unter $\leq$ abgeschlossen.

Aufgabe 17 (schriftlich, 10 Punkte)

Zeigen Sie, dass $\mathbf{LINSPACE} \neq \mathbf{P}$ gilt. Gehen sie dafür wie bei Aufgabe 16 vor.

Aufgabe 18

Zeigen Sie, dass aus $\mathbf{E} \neq \mathbf{NE}$ folgt, dass $\mathbf{P} \neq \mathbf{NP}$ gilt (*downward separation*). Zeigen Sie hierzu die Äquivalenz

$$\mathbf{E} \neq \mathbf{NE} \iff \text{es gibt eine tally Sprache } T \in \mathbf{NP} - \mathbf{P}.$$

Eine Sprache T heißt **tally**, wenn sie über einem einelementigen Alphabet gebildet werden kann (also z.B. $T \subseteq \{0\}^\star$).
Hinweis: Betrachten Sie die "tally Version" einer Sprache A,

$$\mathit{tally}(A) = \{0^{\mathit{num}(x)} \mid x \in A\},$$

wobei $\mathit{num}(x)$ die durch die Binärzahl $1x$ repräsentierte natürliche Zahl ist.