Aufgabenblatt 3

Aufgabe 1

Sei $C = \{c_1, \dots, c_9\}$ die Repräsentationsklasse über dem Universum $X = \{a_1, \dots, a_8\}$, die durch die folgende Tabelle gegeben ist.

	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9
a_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
a_2	0	1	0	0	0	0	0	0	0
a_3	0	0	1	0	0	0	0	0	0
a_4	0	0	0	1	0	0	0	0	0
a_5	0	0	0	0	1	0	0	0	0
a_6	0	0	0	0	0	1	1	1	1
a_7	0	0	0	0	0	0	0	1	1
a_8	0	0	0	0	0	0	1	0	1

Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

a) Es gibt eine Beispielfolge und ein Zielkonzept $\hat{c} \in C$ für die der Halving Algorithmus mindestens drei Vorhersagefehler macht.

b) $opt(C) \leq 2$

Aufgabe 2 (*schriftlich zu bearbeiten, 4 Punkte*)

Verallgemeinern Sie den Winnow-Algorithmus auf

a) (nichtmonotone) Disjunktionen

b) k-DNF Formeln

Schätzen Sie jeweils die Anzahl der Vorhersagefehler ab.

Aufgabe 3

Eine *1-Entscheidungsliste* über n Variablen ist eine Folge

$$L = (c_1, b_1), \dots, (c_{l-1}, b_{l-1}), (true, b_l)$$

wobei jedes c_i ein Literal über $x_1, \dots, x_n$ ist, und $b_i \in \{0, 1\}$. Sie weist einer Belegung $a \in \{0, 1\}^n$ den Wert b_i zu, wobei c_i das erste Literal in der Folge ist, das unter a wahr wird. Falls keines der c_i unter a wahr wird, dann ist b der Wert von L. Sei 1-DL_n die Klasse aller durch eine Entscheidungsliste beschreibbaren Konzepte $c \subseteq \{0, 1\}^n$. Ein Konzept $c \subseteq \{0, 1\}^n$ ist *linear separierbar*, falls es Gewichte $w_1, \dots, w_n \in \mathbb{R}$ und einen Schwellenwert $t \in \mathbb{R}$ gibt, so daß für alle Beispiele $x = x_1 \dots x_n \in \{0, 1\}^n$ gilt:

$$x \in c \iff \sum_{i=1}^{n} w_i x_i \geq t$$

Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

a) 1-Entscheidungslisten sind (echt) ausdrucksstärker als 1-CNF und 1-DNF Formeln.

b) Alle Konzepte $c \in 1\text{-}DL_n$ sind linear separierbar.

c) $VC(1\text{-}DL_n) = \Theta(n)$