Institut für Informatik
Algorithmen und Komplexität II
Prof. Dr. Johannes Köbler

Algorithmisches Lernen
Wintersemester 2000/01
Köbler/Lindner

Aufgabenblatt 6

Aufgabe 1

Zeigen Sie, daß Dis- und Exh-Fragen für das Erlernen von monotonen DNF-Formeln (abgesehen von den Fällen, in denen das Zielkonzept durch eine Tautologie oder Kontradiktion repräsentiert wird) unnütz sind.

Was läßt sich hieraus über die Anzahl der für das exakte Erlernen von monotonen DNF-Formeln benötigten (Mem,Sub,weak-Equ,Dis,Exh)-Fragen ableiten.

Aufgabe 2

Zeigen Sie, daß k-KNF-Formeln in Polynomzeit exakt (weak-Dis)-erlernbar sind. Was läßt sich hieraus für das Erlernen von k-DNF-Formeln ableiten.

Aufgabe 3 (*schriftlich zu bearbeiten, 4 Punkte*)

Sei A ein beliebiges Alphabet mit $\|A\| \geq 2$. $X = \{x, y, z, \ldots\}$ sei eine abzählbar unendliche Menge von Variablen. Jedes Element $p \in (A \cup X)^+$ heißt *pattern*, d.h. p ist eine nichtleere endliche Folge von Konstanten und Variablen. Die durch p repräsentierte Sprache $L(p)$ enthält alle Wörter, die sich aus p durch Einsetzen von nichtleeren Wörtern $w_i \in A^+$ für die Variablen x_i in p gewinnen lassen.

a) Zeigen Sie, daß mindestens $\|A\|^n - 1$ (Mem,Sub,Equ)-Fragen nötig sind, um die Klasse $\mathcal{P}_n(A) = \{L(p) \mid p \in (A \cup X)^n\}$ exakt zu erlernen.

b) Zeigen Sie, daß die Konzeptklasse $\mathcal{P}(A) = \bigcup_{n \geq 1} \mathcal{P}_n(A)$ in Polynomzeit exakt (weak-Sup)-erlernbar ist.

Aufgabe 4

Zeigen Sie, daß k-Term-DNF-Formeln und k-Klausel-KNF-Formeln in Polynomzeit exakt (Mem,Equ)-erlernbar sind.

Aufgabe 5

Betrachten Sie einen Roboter, der sich in einem durch farbige Wände begrenzten Raum befindet, der in mehrere Felder eingeteilt ist. Der Roboter kann zu jedem Zeitpunkt eine von drei Aktionen ausführen:

- sich in Blickrichtung um ein Feld vorwärtsbewegen (v),
- sich auf dem momentanen Feld um 90 Grad nach rechts drehen (r),
- sich auf dem momentanen Feld um 90 Grad nach links drehen (l).

Eine nichtausführbare Vorwärtsbewegung bewirkt keine Veränderung der momentanen Konstellation.

a) Gegeben ist ein 3×3-Raum, der im Norden/Süden durch eine blaue, im Westen/Osten durch eine rote Wand begrenzt ist. Die Ausgangsposition des Roboters ist das linke obere Feld mit Blickrichtung nach Osten (siehe Bild 1).

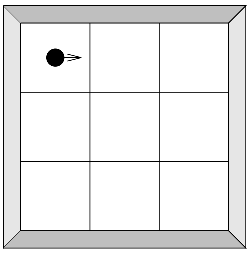

Bild 1

Nach Ausführen einer Sequenz $a_1, \ldots, a_n$ von Aktionen $a_i \in \{v, l, r\}$ blickt der Roboter entweder auf eine blaue (positive Klassifikation der Aktionensequenz) oder auf eine rote Wand (negative Klassifikation der Aktionensequenz). Beschreiben Sie den von Lerne-DFA in dem Roboter ausgelösten Lernvorgang, falls dieser die Möglichkeit hat, sich in seine Ausgangsposition zurücksetzen zu lassen.

b) Überlegen Sie sich, wie man den Algorithmus Lerne-DFA modifizieren müßte, damit er DFA's lernen kann, deren Zustände nicht nur eine Ja/Nein-Klassifikation erlauben. Das heißt, jeder Zustand soll von einem *Typ* $i \in \{0, \ldots, m\}$ sein, der gewissermaßen das Ergebnis der Rechnung widergibt. Ein solcher Automat berechnet also eine Funktion $f : \Sigma^* \to \{0, \ldots, m\}$. Auf welche Art muß der Lehrer in diesem Modell Mem- und Equ-Fragen beantworten?

c) Gegeben ist derselbe 3×3-Raum wie in a), nur daß jetzt das mittlere Feld durch einen schwarzen Block belegt ist, der nicht bewegt werden kann (siehe Bild 2).

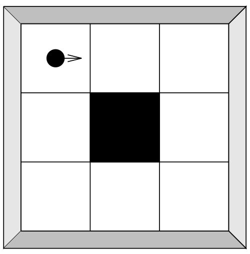

Bild 2

Beschreiben Sie den von Ihrem Lernalgorithmus in dem Roboter ausgelösten Lernvorgang, wenn er in diese Umgebung versetzt wird.