Institut für Informatik
Algorithmen und Komplexität II
Prof. Dr. Johannes Köbler

Algorithmisches Lernen
Wintersemester 2000/01
Köbler/Lindner

Aufgabenblatt 7

Aufgabe 1 (*schriftlich zu bearbeiten, 4 Punkte*)
Sei M ein minimaler DFA mit k Zuständen. Beweisen Sie folgende Behauptungen.

a) Je zwei Strings s, s' mit $M[s] \neq M[s']$ besitzen einen Unterscheider d mit $|d| \leq k-2$.

b) Für jede Equ-Frage M_T, die der Algorithmus Lerne-DFA stellt, gibt es im Fall $M_T \neq M$ ein Gegenbeispiel x mit $|x| \leq 2k-3$.

c) Ein solches Gegenbeispiel kann bei Eingabe von M und M_T effizient berechnet werden.

d) Die Längenschranke in b) kann für kein k auf $2k-4$ verschärft werden.

Aufgabe 2
Sei M ein DFA mit Eingabealphabet Σ. Ein Wort $d \in \Sigma^*$ heißt *Unterscheider-Sequenz* für M, falls für je zwei Zustände q, q' von M gilt:

$$q \neq q' \Rightarrow output(q,d) \neq output(q',d).$$

Beweisen Sie folgende Behauptungen.

a) Nicht jeder minimale DFA besitzt eine Unterscheider-Sequenz.

b) Eine Unterscheider-Sequenz d ist immer auch eine Homing-Sequenz, d.h. es gilt für je zwei Zustände q, q' von M

$$M_q[d] \neq M_{q'}[d] \Rightarrow output(q,d) \neq output(q',d).$$

c) Es gibt minimale DFAs mit k Zuständen, deren kürzeste Homing-Sequenzen die Länge $\Omega(k^2)$ haben.

d) Das Auffinden einer kürzesten Homing-Sequenz für einen gegebenen Minimal-DFA ist NP-hart.