Übungen zur Komplexitätstheorie Wintersemester 01/02

Johannes Köbler/Olaf Beyersdorff

Übungsblatt 11

Aufgabe 38

Sei $\mathcal{C}$ eine beliebige Klasse von Sprachen über einem Alphabet Σ. Zeigen Sie:

a) $\mathbf{co}\text{-}\exists \cdot \mathcal{C} = \forall \cdot \mathbf{co}\text{-}\mathcal{C}$.

b) $\mathbf{co}\text{-}\forall \cdot \mathcal{C} = \exists \cdot \mathbf{co}\text{-}\mathcal{C}$.

c) $\mathbf{co}\text{-}\mathbf{BP} \cdot \mathcal{C} = \mathbf{BP} \cdot \mathbf{co}\text{-}\mathcal{C}$.

Aufgabe 39 (schriftlich, 10 Punkte)

Zeigen Sie:

a) $\exists \cdot \mathbf{P} = \mathbf{NP} = \exists \cdot \mathbf{NP}$ und $\exists \cdot \Sigma_k^p = \Sigma_k^p$ für $k \geq 1$.

b) $\forall \cdot \mathbf{P} = \mathbf{co}\text{-}\mathbf{NP} = \forall \cdot \mathbf{co}\text{-}\mathbf{NP}$ und $\forall \cdot \Pi_k^p = \Pi_k^p$ für $k \geq 1$.

c) $\mathbf{R} \cdot \mathbf{P} = \mathbf{RP} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{RP}$.

d) $\mathbf{BP} \cdot \mathbf{P} = \mathbf{BPP}$ und $\mathbf{BP} \cdot \mathbf{BP} \cdot \Pi_k^p = \mathbf{BP} \cdot \Pi_k^p$ für $k \geq 0$.

e) $\mathbf{BP} \cdot \Pi_k^p \subseteq \Sigma_{k+1}^p$ für $k \geq 1$.

f) $\mathbf{P} \cdot \mathbf{P} = \mathbf{PP} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{BPP}$.

Aufgabe 40

Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind.

(i) $\mathbf{PH} = \Sigma_k^p$

(ii) $\Sigma_k^p = \Pi_k^p$

(iii) $\Sigma_{k+1}^p = \Sigma_k^p$

(iv) $\Pi_{k+1}^p = \Pi_k^p$