Übungen zur Komplexitätstheorie Wintersemester 01/02
Johannes Köbler/Olaf Beyersdorff

Übungsblatt 12

Aufgabe 41

Falls **PSPACE** = **PH**, dann kollabiert **PH** (d.h. $\mathbf{PH} = \Sigma_k^p$ für ein $k \geq 1$).

Aufgabe 42 (schriftlich, 10 Punkte)

Bezeichne DirGI das Graphenisomorphieproblem für gerichtete Graphen und bezeichne Turnier die Menge aller Turniergraphen. (Zur Erinnerung: Ein **Turniergraph** ist ein gerichteter Graph $G = (V, E)$, so dass für alle Knoten $u \neq v$ genau eine der beiden Kanten (u, v) und (v, u) vorhanden ist.) Zeigen Sie:

a) DirGI und GI sind logspace-äquivalent, d.h. es gilt DirGI $\equiv_{\log}$ GI.

b) Das Graphenisomorphieproblem für Turniergraphen Turnier $\cap$ DirGI liegt in $\oplus$**P**.

Aufgabe 43

Bezeichne ColGI das Graphenisomorphieproblem für gefärbte Graphen. (Zur Erinnerung: Eine k-**Färbung** von $G = (V, E)$ ist eine Abbildung $c : V \to \{1, \ldots, k\}$ mit $c(u) \neq c(v)$ für alle $\{u, v\} \in E$.) Ein Isomorphismus φ zwischen zwei gefärbten Graphen (G_1, c_1) und (G_2, c_2) darf einen Knoten u mit Farbe $c_1(u) = i$ nur auf Knoten v mit derselben Farbe $c_2(v) = i$ abbilden. Zeigen Sie:

a) ColGI und GI sind logspace-äquivalent, d.h. es gilt ColGI $\equiv_{\log}$ GI.

b) Das Graphenisomorphieproblem für Bäume liegt in **P**.