Übungen zur Komplexitätstheorie Wintersemester 01/02

Johannes Köbler/Olaf Beyersdorff

Übungsblatt 14

Aufgabe 47 (schriftlich, 10 Punkte)

Zeigen Sie:
Es gibt ein Orakel B mit $\mathbf{NP}(B) \neq \mathbf{co}\text{-}\mathbf{NP}(B)$.

Aufgabe 48

Eine **NP**-Sprache $A \subseteq \Sigma^*$ hat *selfcomputable witnesses* ($A \in \mathbf{SCW}$), falls ein Polynom p, eine **P**-Relation R und ein polynomial zeitbeschränkter Orakeltransducer (POT) M existieren, so dass gilt:

- $\forall x \in \Sigma^* : x \in L \Leftrightarrow \exists y \in \{0,1\}^{p(|x|)} : (x, y) \in R$.
- M^A erzeugt bei Eingabe x eine Ausgabe $M^A(x)$ der Länge $p(|x|)$.
- $\forall x \in A : (x, M^A(x)) \in R$.

Zeigen Sie:

a) $\mathbf{NPC} \subseteq \mathbf{SCW}$, d.h. jede **NP**-vollständige Sprache besitzt *selfcomputable witnesses*,

b) Für jede Sprache $A \in \mathbf{PSK} \cap \mathbf{SCW}$ existiert ein Polynom p, eine **P**-Relation R und eine Folge von booleschen Schaltkreisen C_n, $n \geq 0$, mit n Eingängen und $p(n)$ Ausgängen, so dass gilt:

$$\forall x \in A : (x, C_{|x|}(x)) \in R,$$

c) $\mathbf{NP}(\mathbf{NP}(\mathbf{PSK} \cap \mathbf{SCW})) = \mathbf{NP}(\mathbf{NP})$,

d) $\mathbf{PH} \neq \Sigma_2^p \Rightarrow \textsc{Sat} \notin \mathbf{PSK}$.