# Übungsblatt 3

**Aufgabe 8** (schriftlich, 10 Punkte)

Sei $M$ eine 1-TM, die die Sprache der Palindrome (siehe Aufgabe 4) entscheidet. Wir möchten zeigen, dass $M$ hierzu Zeit $\Omega(n^2)$ benötigt. Erreicht $M$ bei Eingabe $x$ eine Konfiguration $(q, u, av)$ und führt diese in die Konfiguration $(q', u', v')$ über, so heißt das Paar $(q, a)$ eine *$i$-Überquerung* von $M(x)$, falls

- $|u| = i - 1$ und $|u'| = i$ oder
- $|u| = i$ und $|u'| = i - 1$

gilt. Die Folge $S_i(M, x) = (q_1, a_1), \ldots, (q_m, a_m)$ aller von $M(x)$ der Reihe nach ausgeführten $i$-Überquerungen heißt *$i$-Überquerungsfolge* von $M(x)$ (engl. crossing-sequence). Für $y \in \Sigma^n$ sei $t(y)$ der Zeitverbrauch $time_M(y0^ny^R)$ von $M$ bei Eingabe des Palindroms $x = y0^ny^R$. Zeigen Sie:

a) Es gibt eine Zahl $i$, $n + 1 \leq i \leq 2n$, so dass $S_i(M, x)$ die Länge $m \leq \frac{t(y)}{n}$ hat.

b) Das Wort $y$ ist eindeutig durch Angabe von $M$, $S_i(M, x)$, $n$ und $i$ beschreibbar.

c) $K(y) \in O(\frac{t(y)}{|y|} + \log |y|)$.

d) $M$ benötigt Zeit $\Omega(n^2)$.

**Aufgabe 9**

Der *Kleene-Stern* einer Sprache $L$ ist definiert durch

$$L^* = \{x_1 \ldots x_k \mid k \geq 0 \text{ und } x_1, \ldots, x_k \in L\}.$$

Zeigen Sie, dass die Komplexitätsklassen P und NP abgeschlossen sind unter

a) Vereinigung,

b) Schnitt und

c) dem Kleene-Stern.