Übungen zur Komplexitätstheorie Wintersemester 01/02

Johannes Köbler/Olaf Beyersdorff

Übungsblatt 5

Aufgabe 13 (schriftlich, 10 Punkte)

Beweisen Sie den Platzhierarchiesatz: Ist f eine echte Komplexitätsfunktion und gilt

$$\liminf_{n\to\infty} \frac{g(n)}{f(n)} = 0,$$

dann ist

$$\mathrm{DSPACE}(f(n)) \setminus \mathrm{DSPACE}(g(n)) \neq \emptyset.$$

Aufgabe 14

Seien Φ und Φ' zwei Komplexitätsmaße. Dann gibt es eine rekursive Funktion r, so dass für alle Turingmaschinen M und für fast alle x gilt: $\Phi(M,x) \leq r(x, \Phi'(M,x))$.

Aufgabe 15

Zeigen Sie, dass die folgenden Sätze für beliebige Komplexitätsmaße gelten.

a) Gap-Theorem (siehe Vorlesung)

b) Speedup-Theorem (Aufgabe 10)

c) Union-Theorem (Aufgabe 11)

Aufgabe 16

Zeigen Sie, dass die $\leq_{\log}$-Reduzierbarkeit reflexiv und transitiv ist.

Aufgabe 17

Zwei Sprachen A und B heißen *äquivalent* ($A \equiv_{\log} B$), falls $A \leq_{\log} B$ und $B \leq_{\log} A$ gilt. Der *Grad* einer Sprache A ist die Klasse aller Sprachen B, die äquivalent zu A sind. Aus wie vielen verschiedenen Graden besteht die Klasse L (logarithmischer Platz)?