Institut für Informatik
Komplexität und Kryptografie
Prof. Dr. Johannes Köbler

WS 2003/2004
21. Oktober 2003

Theoretische Informatik II

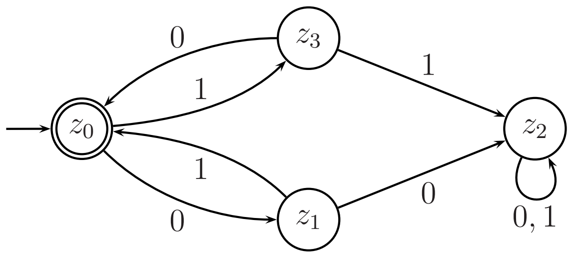
1. Übung

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 28., 29., 30. und 31. Oktober
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 4., 5., 6. und 7. November

Für die Zulassung zur Prüfung am Ende des Semesters müssen mindestens 50% der Punkte bei den *schriftlichen* Übungsaufgaben erreicht worden sein. Diese Aufgaben können in Gruppen von zwei bis drei Personen bearbeitet und abgegeben werden. Die Gruppen sollen über das ganze Semester gleich bleiben.

Aufgabe 1 [mündlich]

Betrachten Sie den folgenden Automaten:



1. Welche Zustände werden auf die Eingabe des Wortes 011011 durchlaufen? Gehört es zur erkannten Sprache?
2. Geben Sie alle Wörter der Länge ≤ 5 an, die der Automat akzeptiert.
3. Beschreiben Sie informal die vom Automaten akzeptierte Sprache.

Aufgabe 2 [mündlich]

Geben Sie für jede der folgenden Sprachen über dem Alphabet $\Sigma := \{0, 1\}$ jeweils einen deterministischen endlichen Automaten (als Zustandsgraph) an:

$$\begin{aligned} L_1 &= \{\, w \mid w \text{ endet auf } 000 \,\}, \\ L_2 &= \{\, w \mid w \text{ enthält eine durch vier teilbare Anzahl Einsen} \,\}, \\ L_3 &= L_1 \cap L_2 \,. \end{aligned}$$

Aufgabe 3 [6 Punkte]

Geben Sie für jede der folgenden Sprachen über dem Alphabet $\Sigma := \{0,1\}$ jeweils einen deterministischen endlichen Automaten (als Zustandsgraph) an:

$$\begin{aligned} L_1 &= \{\, w \mid w \text{ enthält zwei aufeinanderfolgende Nullen} \,\}, \\ L_2 &= \{\, w \mid |w| \geq 2 \text{ und das zweitletzte Zeichen von } w \text{ ist eine Eins} \,\}, \\ L_3 &= \overline{L_1} \;=\; \Sigma^* \setminus L_1 \,. \end{aligned}$$

Aufgabe 4 [mündlich]

Sei Σ das folgende Alphabet:

$$\Sigma = \left\{ \boxed{\begin{matrix}0\\0\\0\end{matrix}}; \boxed{\begin{matrix}0\\0\\1\end{matrix}}; \boxed{\begin{matrix}0\\1\\0\end{matrix}}; \boxed{\begin{matrix}0\\1\\1\end{matrix}}; \boxed{\begin{matrix}1\\0\\0\end{matrix}}; \boxed{\begin{matrix}1\\0\\1\end{matrix}}; \boxed{\begin{matrix}1\\1\\0\end{matrix}}; \boxed{\begin{matrix}1\\1\\1\end{matrix}} \right\}.$$

Eine korrekte Addition von zwei binären Zahlen kann als Wort aus Σ^* dargestellt werden, wenn man sich die Symbole von Σ als Spalten vorstellt. Zum Beispiel wird die folgende Addition

$$\begin{array}{rcccc} & 0 & 1 & 0 & 1 \\ + & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \hline & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

als folgender String w aus vier Symbolen aus Σ dargestellt:

$$w \;=\; \boxed{\begin{matrix}0\\0\\1\end{matrix}}\boxed{\begin{matrix}1\\1\\0\end{matrix}}\boxed{\begin{matrix}0\\1\\1\end{matrix}}\boxed{\begin{matrix}1\\0\\1\end{matrix}}.$$

Zeigen Sie, dass die Menge all der Wörter in Σ^*, die korrekte Additionen darstellen, regulär ist.

Aufgabe 5 [mündlich]

Sei L die Menge der *Binär*-Darstellungen der durch drei teilbaren natürlichen Zahlen. Zeigen Sie, dass L regulär ist.

Aufgabe 6 [4 Punkte]

Sei L die Menge der *Dezimal*-Darstellungen der durch vier teilbaren natürlichen Zahlen. Zeigen Sie, dass L regulär ist.