Institut für Informatik
Algorithmen und Komplexität II
Prof. Dr. Johannes Köbler

WS 2003/2004
18. November 2003

Theoretische Informatik II

5. Übung

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 25., 26., 27. und 28. November
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 2., 3., 4. und 5. Dezember

Aufgabe 21 [mündlich]

Zeigen Sie, daß die Klasse der regulären Sprachen unter den folgenden Operationen abgeschlossen ist (Σ ist beliebig).

1. $\mathit{postfix}(L) = \{ v \in \Sigma^* \mid \exists u \in \Sigma^* : uv \in L \}$,
2. $\mathit{cycle}(L) = \{ vu \in \Sigma^* \mid uv \in L \}$.

Aufgabe 22 [2 Punkte]

Finden Sie Grammatiken für die folgenden Sprachen über $\Sigma = \{a, b\}$:

$L_1 = \{ w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ kommt } abab \text{ als Teilwort vor} \}$, [*mündlich*]

$L_2 = \{ w \in \Sigma^* \mid \text{jeder zweite Buchstabe in } w \text{ ist ein } a \}$, [*mündlich*]

$L_3 = \{ w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ kommen doppelt soviele } a\text{'s wie } b\text{'s vor} \}$. [*2 Punkte*]

Aufgabe 23 [mündlich]

Sei L eine *beliebige* Sprache über dem einelementigen Alphabet $\Sigma = \{0\}$. Zeigen Sie, dass L^* regulär ist.

Aufgabe 24 [4 Punkte]

Gegeben seien die beiden Grammatiken

$$
\begin{aligned}
G_1 &= \big(\{S\},\ \{a,b\},\ \{S \to ababS, abab\},\ S\big)\,,\\
G_2 &= \big(\{S,T\},\ \{a,b\},\ \{S \to aS, abT;\ T \to aT, abS, ab\},\ S\big)\,.
\end{aligned}
$$

1. Geben Sie jeweils reguläre Ausdrücke für die Sprachen an, die durch diese Grammatiken erzeugt werden. [*mündlich*]
2. Geben Sie jeweils eine links- und eine rechtsreguläre Grammatik an, die dieselbe Sprache erzeugt. Eine linksreguläre Grammatik darf hierbei nur Produktionen der Bauart $A \to a$, $A \to Ba$ oder $A \to \varepsilon$ enthalten. Der Begriff einer rechtsregulären Grammatik ist analog definiert, entspricht also dem in der Vorlesung definierten Typ einer regulären Grammatik. [*4 Punkte*]

Aufgabe 25 [2 Punkte]

Links- und rechtsreguläre Grammatiken wurden in der vorigen Aufgabe definiert.

1. Zeigen Sie allgemein, daß eine Sprache genau dann von einer linksregulären Grammatik erzeugt werden kann, wenn es eine rechtsreguläre Grammatik für sie gibt. [*mündlich*]
2. Können von Grammatiken, die nur Produktionen der Form $A \to a$, $A \to Ba$, $A \to aB$ und $A \to \varepsilon$ enthalten, auch nicht-reguläre Sprachen erzeugt werden? [*2 Punkte*]

Aufgabe 26 [mündlich]

In der Vorlesung wurde eine Grammatik angegeben, die reguläre Ausdrücke über einem gegebenen Alphabet Σ erzeugt. Geben Sie einen Kellerautomaten an, der die von dieser Grammatik erzeugte Sprache erkennt. Sie brauchen diese Eigenschaft nicht nachzuweisen.