Institut für Informatik
Algorithmen und Komplexität II
Prof. Dr. Johannes Köbler

WS 2003/2004
9. Dezember 2003

Theoretische Informatik II

7. Übung

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 16., 17., 18. und 19. Dezember
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 6., 7., 8. und 9. Januar

Aufgabe 32 [mündlich]

Gegeben sei die Grammatik $G = \big(\{S, A\},\ \Sigma,\ P,\ S\big)$ mit dem Terminalalphabet $\Sigma = \big\{\ \texttt{(}, \texttt{)}, \texttt{]}\ \big\}$ und den Produktionen $S \to \varepsilon,\ \texttt{(}S\texttt{)},\ SS,\ A\texttt{]}$ und $A \to \texttt{(}SA,\ \texttt{(}S$.

1. Beschreiben Sie die von G erzeugte Sprache informal.
2. Konstruieren Sie einen PDA, der $L(G)$ erkennt. Wenden Sie hierzu das in der Vorlesung zum Beweis der Inklusion $\mathcal{CFL} \subseteq \{\ L(M) \mid M \text{ ist ein PDA}\ \}$ benutzte Verfahren an.

Aufgabe 33 [mündlich]

Ein EPDA (Extended PDA) sei definiert als ein 6-Tupel $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, E)$, wobei Z, Σ, Γ und q_0 die gleiche Funktion haben wie in einem PDA, aber $E \subset Z$ eine Menge von Endzuständen ist und

$$\delta\colon Z \times \Sigma^* \times \Gamma^* \to \mathcal{P}(Z \times \Gamma^*),$$

so dass $\{(q, x, \alpha) \mid \delta(q, x, \alpha) \neq \emptyset\}$ endlich ist. Das Kelleranfangszeichen entfällt. Analog zum PDA wird für alle $(p, \gamma) \in \delta(q, x, \alpha)$ die Konfigurationsfolge durch $(q, xy, \alpha\beta) \vdash (p, y, \gamma\beta)$ definiert. Die von M akzeptierte Sprache ist dann

$$L(M) = \{x \in \Sigma^* \mid \exists p \in E : (q_0, x, \varepsilon) \vdash^* (p, \varepsilon, \varepsilon)\}\,.$$

Zeigen Sie, dass die von EPDAs erkannten Sprachen gerade die kontextfreien sind.

Aufgabe 34 [mündlich]

1. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G für die Sprache

$$L := \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) > \#_b(w)\}$$

   an und bringen Sie diese Grammatik in Chomsky-Normalform.
2. Überprüfen Sie Ihre Lösung, indem Sie mit dem CYK-Algorithmus nachweisen, dass das Wort $baaba \in L$ wirklich von Ihrer Grammatik G erzeugt wird.

Aufgabe 35 [6 Punkte]

Gegeben sei die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit den Variablen $V = \{S, L, R\}$, dem Terminalalphabet $\Sigma = \{a, b\}$ und den Produktionen $S \to LR, SS, a$ sowie $L \to a$ und $R \to SR, b$.

1. Geben Sie alle ableitbaren Satzformen (Wörter über dem Alphabet $V \cup \Sigma$) an, deren Länge höchstens 3 ist.

2. Entscheiden Sie, ob $aaaabb = a^4b^2 \in L(G)$ ist, indem Sie den CYK-Algorithmus anwenden.

Aufgabe 36 [4 Punkte]

Zeigen Sie an Hand der Sprache

$$L = \{a^i b^j c^k d^l \mid i = 0 \text{ oder } j = k = l\},$$

dass die Umkehrung des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen im Allgemeinen falsch ist.