Institut für Informatik
Algorithmen und Komplexität II
Prof. Dr. Johannes Köbler

WS 2003/2004
3. Februar 2004

Theoretische Informatik II

12. Übung

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 10., 11., 12. und 13. Februar
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 17., 18., 19. und 20. Februar

Aufgabe 56 [5 Punkte]

Welche der folgenden Sprachen sind entscheidbar? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

1. $\{w \mid L(M_w) \text{ ist endlich }\}$
2. $\{w \mid L(M_w) \text{ ist unendlich }\}$
3. $\{w \mid \exists w' \neq w : L(M_w) = L(M_{w'})\}$
4. $\{w \mid L(M_w) \text{ ist rekursiv aufzählbar }\}$
5. $\{w \mid \overline{L(M_w)} \text{ ist rekursiv aufzählbar }\}$

Aufgabe 57 [mündlich]

Betrachten Sie die Sprache $\mathrm{Eq} = \{v\#w \mid L(M_v) = L(M_w)\}$. Zeigen Sie:

1. Das Halteproblem lässt sich auf Eq reduzieren.
2. Das Halteproblem lässt sich auf $\overline{\mathrm{Eq}}$ reduzieren.
3. Weder Eq noch $\overline{\mathrm{Eq}}$ sind rekursiv aufzählbar.

Aufgabe 58 [2 Punkte]

Geben Sie für die folgenden Instanzen eine PCP-Lösung an, falls sie existiert; anderenfalls zeigen Sie, dass es keine gibt:

1. $\begin{pmatrix} a & ba & abb & bab \\ ab & ab & bb & abb \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} aaaa & aa \\ aaa & aaaaa \end{pmatrix}$

Aufgabe 59 [mündlich]

Ist das PCP für Wörter über einem einelementigen Alphabet entscheidbar?

Aufgabe 60 [mündlich]

Sei MPCP (das modifizierte PCP) definiert wie in der Vorlesung. Zeigen Sie, dass PCP $\leq$ MPCP gilt.

Aufgabe 61 [3 Punkte]

1. Zeigen Sie, dass das Schnittproblem für reguläre Sprachen entscheidbar ist. Das heißt, für zwei als DFAs gegebene reguläre Sprachen $L_1, L_2 \subset \Sigma^*$ ist $L_1 \cap L_2 = \emptyset$ entscheidbar.

2. Zeigen Sie weiter, dass die folgende Variante des PCP entscheidbar ist: Gegeben $\left(\begin{smallmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_k \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_k \end{smallmatrix}\right)$, gibt es Indexfolgen $i_1, \ldots, i_m$ und $j_1, \ldots, j_n$ mit $m, n \geq 1$, so dass $x_{i_1} \cdots x_{i_m} = y_{j_1} \cdots y_{j_n}$?

Aufgabe 62 [mündlich]

Betrachten Sie die Typ-1-Grammatik $G = (\{A, B, C, D\}, \{a, b\}, P, A)$ mit
$P = \{A \to BabC; Ba \to Cba, aBa; bCBa \to aCb; bC \to BbCa, bCb; C \to b\}$.

1. Wir bezeichnen mit T_m^n die Menge der Satzformen bis zur Länge n, die sich in höchstens m Schritten aus dem Startsymbol ableiten lassen. Geben Sie für alle natürlichen Zahlen m die Menge T_m^6 an.

2. Zeigen Sie: Das Wortproblem für $\mathcal{CSL}$, also die Sprache

$$\{G\#x \mid G \text{ ist Typ 1-Grammatik und } x \in L(G)\},$$

ist entscheidbar.